

# Laboratorio de Azar y Probabilidad

*Explora la Ley de los Grandes Números: contrasta probabilidad teórica y frecuencial con monedas, dados, árboles y ruletas interactivas.*

Recurso	Simulador HTML interactivo embebido
Grados sugeridos	6° a 10° (multigrado, adaptable)
Área	Matemáticas — Pensamiento aleatorio
Marco curricular	DBA v.2 (MEN) + Marco ICFES Saber 11

*Héctor Enrique Banquez Buendía · ORCID 0009-0007-6705-0407  
Junio de 2026 · v1.0 · Licencia CC BY 4.0*

# 1. Información general

**Título del simulador:** Laboratorio de Azar y Probabilidad

**Subtítulo:** Explora la Ley de los Grandes Números: contrasta probabilidad teórica y frecuencial con monedas, dados, árboles y ruletas interactivas.

**Grados sugeridos:** 6° a 10° de educación básica secundaria y media.

*El recurso es multigrado y permite adaptar la profundidad según el grado: nivel introductorio en 6°–7° (frecuencia relativa vs. teórica), nivel intermedio en 8°–9° (eventos compuestos y principio multiplicativo) y análisis inferencial en 10° (probabilidad frecuencial con espacio muestral indeterminado).*

## 2. DBA relacionados

El simulador articula varios Derechos Básicos de Aprendizaje (DBA v.2, MEN Colombia) en torno al pensamiento aleatorio. La siguiente tabla muestra los DBA priorizados:

Grado	DBA	Enunciado
3°	DBA 11	Plantea y resuelve preguntas sobre la posibilidad de ocurrencia de situaciones aleatorias cotidianas y cuantifica la posibilidad de ocurrencia de eventos simples en una escala cualitativa (mayor, menor e igual).
5°	DBA 12	Predice la posibilidad de ocurrencia de un evento simple a partir de la relación entre los elementos del espacio muestral y los elementos del evento definido.
6°	DBA 12	Compara frecuencias esperadas con observadas al repetir un experimento aleatorio; registra los resultados y asigna probabilidad como razón entre éxitos y total.
7°	DBA 9	Usa el principio multiplicativo en situaciones aleatorias sencillas y lo representa con tablas o diagramas de árbol. Asigna probabilidades a eventos compuestos y los interpreta a partir de propiedades básicas de la probabilidad.
8°	DBA 12	Predice la ocurrencia de eventos compuestos, identifica el espacio muestral y aplica la regla de la adición para eventos mutuamente excluyentes.
10°	DBA 10	Propone y realiza experimentos aleatorios en contextos de las ciencias naturales o sociales y predice la ocurrencia de eventos, en casos para los cuales el espacio muestral es indeterminado, usando probabilidad frecuencial.

### 3. Tres preguntas tipo ICFES

Tres preguntas tipo ICFES Saber 11, una por cada competencia matemática. Cada pregunta incluye retroalimentación detallada por opción, explicando el error conceptual que revela cada distractor.

#### Pregunta 1 — Competencia: Interpretación y representación

**DBA asociado:** DBA 12 de Grado 6° / DBA 9 de Grado 7°

**Evidencia de aprendizaje:** «Interpreta el número de resultados posibles de un experimento aleatorio representado en una tabla» y «Asigna probabilidad como razón entre frecuencia de éxitos y número total de repeticiones».

##### CONTEXTO

En el modo «Monedas y Dados» del Laboratorio de Azar, una estudiante lanzó un dado de 6 caras 600 veces. La tabla de frecuencias absolutas fue: cara 1 → 98, cara 2 → 102, cara 3 → 95, cara 4 → 105, cara 5 → 100, cara 6 → 100.

##### Enunciado

**A partir de la tabla, ¿cuál es la frecuencia relativa aproximada de obtener la cara «4» y cómo se compara con la probabilidad teórica?**

**Opciones de respuesta:**

- A. 0,105 — es mayor que la probabilidad teórica de  $1/6 \approx 0,167$
- B. 0,175 — es ligeramente mayor que la probabilidad teórica de  $1/6 \approx 0,167$
- C. 105 — es la frecuencia absoluta, igual a la probabilidad teórica
- D. 0,167 — coincide exactamente con la probabilidad teórica

**Retroalimentación por opción:**

**B (✓ CORRECTA —)** Frecuencia relativa =  $105/600 \approx 0,175$ . Ligeramente mayor que  $1/6 \approx 0,167$  (teórica). Es coherente con la Ley de los Grandes Números: con 600 repeticiones la frecuencia se aproxima a la teórica, pero aún hay fluctuaciones esperables.

**A (X Distractor —)** Divide 105 entre 1000 en lugar de 600. Error conceptual: no identifica correctamente el denominador (total de lanzamientos efectivos) y aplica una división mecánica sin lectura crítica del contexto.

**C (X Distractor —)** Confunde frecuencia absoluta con frecuencia relativa: reporta el conteo bruto (105) como probabilidad. Error conceptual: no comprende que la probabilidad debe estar entre 0 y 1 (es una razón, no un conteo).

**D (X Distractor —)** Asume que la frecuencia experimental SIEMPRE coincide con la teórica. Error conceptual: confunde «convergencia» con «igualdad exacta», ignorando las fluctuaciones aleatorias inherentes a cualquier experimento finito.

## Pregunta 2 — Competencia: Formulación y ejecución

**DBA asociado:** DBA 9 de Grado 7°

**Evidencia de aprendizaje:** «Usa el principio multiplicativo en situaciones aleatorias sencillas y lo representa con diagramas de árbol; asigna probabilidad a eventos compuestos».

### CONTEXTO

En el modo «Árbol de Probabilidades» del simulador, Camila construye un árbol de dos niveles: primero lanza una moneda equilibrada, y luego lanza un dado equilibrado de 6 caras.

### Enunciado

¿Cuál es la probabilidad de obtener el resultado compuesto (Cara, 6)?

Opciones de respuesta:

- A.  $1/8$
- B.  $2/12 = 1/6$
- C.  $1/12$
- D.  $7/12$

Retroalimentación por opción:

**C** (✓ CORRECTA —) Principio multiplicativo para eventos independientes:  $P(\text{Cara} \cap 6) = P(\text{Cara}) \times P(6) = (1/2)(1/6) = 1/12$ . El árbol tiene 12 hojas equiprobables y solo una corresponde a (Cara, 6).

**A** (✗ Distractor —) Asume un dado de 4 caras ( $1/2 \times 1/4 = 1/8$ ). Error conceptual: cardinalidad incorrecta del espacio muestral del segundo evento.

**B** (✗ Distractor —) Usa numerador 2 pensando que las dos caras de la moneda contribuyen al éxito. Error conceptual: confunde el principio multiplicativo (intersección) con la regla de la adición; la pregunta exige «Y», no «O».

**D** (✗ Distractor —) Suma  $1/2 + 1/6 = 7/12$ . Error conceptual: aplica la regla de la suma a eventos independientes y no excluyentes; no reconoce que «Cara y 6» exige multiplicación, no suma.

## Pregunta 3 — Competencia: Argumentación

**DBA asociado:** DBA 10 de Grado 10° / DBA 12 de Grado 6°

**Evidencia de aprendizaje:** «Usa la probabilidad frecuencial para interpretar la posibilidad de ocurrencia de un evento» y «Valida inferencias comparando frecuencia observada con probabilidad teórica».

### CONTEXTO

Dos estudiantes debaten sobre un experimento con una moneda equilibrada en el modo «Monedas y Dados»: Andrés lanzó la moneda 10 veces y obtuvo 7 caras (frecuencia relativa = 0,70). Valentina lanzó la moneda 1000 veces y obtuvo 508 caras (frecuencia relativa = 0,508). Andrés afirma: «Mi resultado prueba que esta moneda está cargada hacia caras, porque obtuve 70 % de caras».

### Enunciado

¿Cuál es la mejor refutación al argumento de Andrés?

Opciones de respuesta:

- A. Andrés tiene razón, porque en sus 10 lanzamientos obtuvo más caras que sellos, y eso demuestra el sesgo.
- B. Andrés está equivocado porque obtuvo un número entero de caras (7), mientras que Valentina obtuvo un número cercano a la mitad exacta.
- C. Andrés está equivocado porque, según la Ley de los Grandes Números, con pocos lanzamientos ( $n=10$ ) las fluctuaciones son grandes; la frecuencia 0,508 de Valentina se acerca mucho más al valor teórico 0,5, indicando que la moneda sí es equilibrada.
- D. Andrés está equivocado porque solo lanzar 1000 veces es válido estadísticamente; cualquier experimento con menos lanzamientos no aporta información alguna.

Retroalimentación por opción:

**C (✓ CORRECTA —)** La Ley de los Grandes Números: la frecuencia relativa converge a la probabilidad teórica cuando  $n \rightarrow \infty$ . Con  $n=10$  las fluctuaciones son grandes (7/10 caras es compatible con moneda justa); con  $n=1000$ , 0,508 es estadísticamente compatible con una moneda equilibrada.

**A (✗ Distractor —)** Razonamiento intuitivo «más caras que sellos = sesgo». Error: ignora el tamaño muestral. Falacia de la «ley de los pequeños números».

**B (✗ Distractor —)** Suena sofisticada al mencionar la «mitad exacta», pero introduce un criterio irrelevante. Error: que un resultado sea entero o decimal no es relevante; lo importante es el tamaño muestral y la convergencia frecuencial.

**D (✗ Distractor —)** Parece rigurosa pero establece un umbral arbitrario sin fundamento. Error: confunde «menos preciso» con «no informativo»; cualquier experimento aporta información, la diferencia está en la precisión y confianza estadística.

## 4. Guía docente

Esta guía orienta al docente sobre cómo aprovechar el simulador como recurso para potenciar el aprendizaje del pensamiento aleatorio en el aula.

### 4.1. Objetivos de aprendizaje

#### Generales:

- Comprender la diferencia entre probabilidad teórica y probabilidad frecuencial (experimental).
- Verificar empíricamente la Ley de los Grandes Números mediante simulaciones controladas.
- Aplicar el principio multiplicativo para calcular probabilidades de eventos compuestos.
- Diseñar y modificar experimentos aleatorios con espacios muestrales personalizados (ruletas, dados, árboles).
- Argumentar a favor o en contra de afirmaciones probabilísticas con base en datos experimentales.

#### Específicos por modo del simulador:

- **Modo A (Monedas y Dados):** Reconocer que la frecuencia relativa se aproxima a la probabilidad teórica al aumentar las repeticiones.
- **Modo B (Árbol de Probabilidades):** Calcular probabilidades de eventos compuestos mediante el principio multiplicativo.
- **Modo C (Ruleta Personalizable):** Construir espacios muestrales no equiprobables y predecir comportamientos.

### 4.2. DBA asociados

Se priorizan los DBA listados en la Sección 2, con énfasis en: DBA 12 (Grado 6°), DBA 9 (Grado 7°), DBA 12 (Grado 8°) y DBA 10 (Grado 10°).

### 4.3. Evidencias de aprendizaje

- Enumera y representa el espacio muestral de un experimento aleatorio (monedas, dados, ruletas).
- Calcula la frecuencia relativa y la compara con la probabilidad teórica.
- Construye diagramas de árbol para eventos sucesivos.
- Aplica el principio multiplicativo para calcular probabilidades compuestas.
- Interpreta gráficas de convergencia frecuencial.
- Argumenta sobre la equidad o sesgo de un experimento con base en evidencia experimental.

### 4.4. Competencias matemáticas trabajadas (ICFES Saber 11)

Competencia	% prueba	Cómo se trabaja con el simulador
Interpretación y representación	34 %	Lectura de tablas de frecuencia, gráficos de barras de convergencia y diagramas de árbol generados por el simulador.

Formulación y ejecución	43 %	Diseño de experimentos en el Modo C (ruleta personalizable) y construcción de árboles en el Modo B.
Argumentación	23 %	Validación o refutación de afirmaciones sobre equidad de eventos y comparación entre frecuencia observada y teórica.

## 4.5. Secuencia sugerida (3 sesiones de 60 minutos)

### SESIÓN 1 — Inicio y Exploración (Modo A: Monedas y Dados)

**Inicio (10 min):** Indagación de ideas previas. Pregunta detonante: «Si lanzo una moneda 10 veces, ¿siempre obtendré 5 caras y 5 sellos? ¿Por qué?»

**Exploración (25 min):** Los estudiantes lanzan la moneda en el simulador con 10, 100, 1000 y 10000 lanzamientos. Registran la frecuencia relativa y observan el gráfico de convergencia.

**Discusión (15 min):** Comparación entre lo predicho y lo observado. Introducción formal a la Ley de los Grandes Números.

**Cierre (10 min):** Aplicación del Reto 1 (Convergencia) del simulador.

### SESIÓN 2 — Profundización (Modo B: Árbol de Probabilidades)

**Inicio (10 min):** Repaso. Pregunta detonante: «Si lanzas una moneda y luego un dado, ¿cuántos resultados distintos son posibles?»

**Exploración (25 min):** Construcción de árboles en el Modo B. Cálculo manual y verificación con el simulador.

**Discusión (15 min):** Eventos independientes vs. dependientes; principio multiplicativo vs. aditivo.

**Cierre (10 min):** Aplicación de los Retos 2 y 3 del simulador.

### SESIÓN 3 — Argumentación y Diseño (Modo C: Ruleta Personalizable)

**Inicio (10 min):** Pregunta detonante: «¿Puedes diseñar una ruleta donde un color tenga el doble de probabilidad que otro?»

**Exploración (25 min):** Construcción de ruletas con distintos pesos. Experimentos masivos (100 giros) y comparación con probabilidad teórica.

**Discusión (15 min):** Análisis de casos sesgados; reflexión crítica sobre juegos de azar y equidad.

**Evaluación (10 min):** Retos 4 y 5 + aplicación de las 3 preguntas ICFES de este documento.

## 4.6. Preguntas orientadoras (para el docente)

1. ¿Qué entiendes por «azar»? ¿Qué significa que un evento sea «aleatorio»?
2. Si lanzo una moneda y obtengo 5 caras seguidas, ¿es más probable que en el sexto lanzamiento salga sello?
3. ¿Cómo cambia la frecuencia relativa cuando el número de lanzamientos aumenta?
4. ¿Por qué la probabilidad teórica de obtener un 6 al lanzar un dado es  $1/6$  y no otro valor?
5. ¿Qué diferencia hay entre decir «es probable que llueva» y «la probabilidad de lluvia es 0,7»?
6. En el árbol de probabilidades, ¿por qué multiplicamos las probabilidades de las ramas?
7. ¿Puede la frecuencia relativa de un evento ser igual a 0 o a 1 en un experimento real? ¿Qué significaría?

8. Si dos estudiantes hacen el mismo experimento, ¿obtendrán necesariamente los mismos resultados?

## 4.7. Posibles errores conceptuales (a anticipar)

#	Error conceptual	Descripción
1	Falacia del jugador	Creer que después de varios resultados iguales (ej. 5 caras seguidas), el siguiente «debe» compensar (debe salir sello).
2	Ley de los pequeños números	Esperar que en muestras pequeñas se cumpla exactamente la probabilidad teórica (ej. en 10 lanzamientos esperar exactamente 5 caras).
3	Frecuencia absoluta vs. relativa	Reportar 105 (conteo) como probabilidad; no entender que la probabilidad debe estar entre 0 y 1.
4	Equiprobabilidad universal	Asumir que TODOS los eventos compuestos son equiprobables (ej. que las sumas al lanzar dos dados son todas igual de probables).
5	Suma vs. multiplicación	Sumar probabilidades de eventos independientes en lugar de multiplicarlas (o viceversa para mutuamente excluyentes).
6	«Convergencia igualdad exacta»	= Pensar que con muchos lanzamientos la frecuencia relativa debe ser EXACTAMENTE igual a la teórica.
7	Causalidad en independencia	Creer que el resultado anterior influye en el siguiente en eventos independientes.
8	Probabilidad como certeza	Confundir «alta probabilidad» con «ocurrencia segura».

## 4.8. Extensiones para profundización

- **Grados 7°–8°:** Simular el «problema del cumpleaños»: ¿cuál es la probabilidad de que en un grupo de 23 personas, al menos dos cumplan años el mismo día? Conexión con el principio multiplicativo y los complementos.
- **Grados 9°–10°:** Probabilidad condicional con el árbol del Modo B: «Si sé que salió cara, ¿cuál es la probabilidad de que el dado haya dado 6?».
- **Grado 10°:** Estadística inferencial — intervalos de confianza intuitivos: ¿qué tan lejos del 0,5 puede estar una moneda «justa» en 100 lanzamientos?
- **Interdisciplinar (Ciencias):** Vincular con genética mendeliana — el cuadro de Punnett es esencialmente un árbol de probabilidades  $2 \times 2$ .
- **Crítica social:** Análisis de juegos de azar y loterías — calcular la probabilidad real de ganar y discutir la equidad de estos sistemas.
- **TIC y creatividad:** Pedir a los estudiantes que modifiquen los pesos de la ruleta para diseñar una «ruleta trampa» y la presenten a sus compañeros, quienes deben descubrir el sesgo.

## 4.9. Soluciones de las preguntas ICFES

Preg.	Competencia	Respuesta	Justificación breve
1	Interpretación y representación	B (0,175)	Frecuencia relativa = $105/600 \approx 0,175$ . Ligeramente mayor que $1/6 \approx 0,167$ , consistente con la Ley de los Grandes Números.
2	Formulación y ejecución	C (1/12)	Principio multiplicativo: $P(\text{Cara}) \times P(6) = (1/2)(1/6) = 1/12$ .
3	Argumentación	C	La Ley de los Grandes Números refuta el argumento: 10 lanzamientos son insuficientes; 0,508 en 1000 lanzamientos es estadísticamente compatible con una moneda justa.

## 4.10. Concepciones erróneas frecuentes

Estas concepciones suelen aparecer espontáneamente en el aula; el docente debe identificarlas, explicitarlas y trabajarlas durante la secuencia didáctica.

1. «Si tiro una moneda 10 veces, deben salir 5 caras y 5 sellos.» → La probabilidad teórica es 0,5, pero en 10 lanzamientos las desviaciones son grandes y esperables.
2. «Después de varias caras seguidas, ya “toca” un sello.» → Falacia del jugador. Los lanzamientos son independientes; la moneda no tiene memoria.
3. «La probabilidad de que llueva mañana es 50 %: o llueve o no llueve.» → Confunde número de resultados posibles con probabilidades iguales; no todos los eventos posibles son equiprobables.
4. «En la ruleta, si el rojo no ha salido en 10 giros, ahora es más probable que salga.» → Falacia del jugador aplicada a la ruleta. Independencia de los giros.
5. «Si lanzo dos dados, la suma 7 es igual de probable que la suma 2.» → No considera que la suma 7 tiene 6 combinaciones favorables y la suma 2 solo una (1+1).
6. «La probabilidad es lo mismo que la frecuencia observada.» → No distingue probabilidad teórica (a priori) y frecuencial (a posteriori).
7. «Un evento de probabilidad 0,9 siempre ocurre.» → Confunde alta probabilidad con certeza.
8. «Si la probabilidad es 1/6, en 6 lanzamientos sale exactamente una vez.» → Confusión convergencia/exactitud; ignora la variabilidad muestral.

## 5. ¡Explora el simulador!

Te invitamos a explorar el «Laboratorio de Azar y Probabilidad» embebido en la página del recurso. Lanza la moneda, construye árboles, diseña ruletas, completa los 5 retos y observa con tus propios ojos cómo la frecuencia relativa converge hacia la probabilidad teórica.

*Docentes: utilicen esta guía para enriquecer sus clases y comparen los resultados de sus estudiantes con la evidencia experimental. Estudiantes: pongan a prueba sus intuiciones — el azar es más predecible (y más interesante) de lo que parece.*