DIDAXIS LAB · RECURSO EDUCATIVO INTERACTIVO

Laboratorio de la Función Cuadrática

Guía docente y marco curricular

Mueve los parámetros **a, b y c** y descubre en tiempo real cómo la parábola cobra vida. Una herramienta para entender vértice, raíces, eje de simetría y discriminante desde la intuición visual.

1 Ficha técnica del recurso

Título: Laboratorio de la Función Cuadrática

Subtítulo: Parámetros en Movimiento — mueve a, b y c y descubre en tiempo real cómo la parábola cobra vida.

Tipo de recurso: Simulador interactivo en HTML5 (Canvas/SVG + JavaScript).

Grados de aplicación: Educación Media · 9.° a 11.° (énfasis en 9.° introducción y 11.° modelación) y primer semestre universitario (Precálculo, Matemáticas Básicas, Física Mecánica).

Área y componente: Matemáticas · pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos.

Modalidad: Individual, parejas o grupos pequeños (computador o tableta).

Duración estimada: 45 a 90 minutos por sesión.

Descripción: El Laboratorio de la Función Cuadrática permite al estudiante manipular tres deslizadores (a, b, c) y observar, en tiempo real, cómo cambian la parábola, su vértice, sus raíces, su eje de simetría y su discriminante. Incluye un panel de información en vivo, un modo Contexto Físico para lanzamiento de proyectiles y retos progresivos que movilizan las competencias evaluadas por el ICFES.

> **Grado focal recomendado:** Grado 9.° a 11.° de Educación Media · Énfasis en grado 9.° (introducción) y grado 11.° (modelación).

2 Derechos Básicos de Aprendizaje (DBA V.2)

El simulador se articula con los Derechos Básicos de Aprendizaje de Matemáticas, Versión 2, publicados por el Ministerio de Educación Nacional de Colombia (MEN). El núcleo conceptual se concentra en 9.°, 10.° y 11.°:

GRADO 9.° · DBA 2

«Propone y desarrolla expresiones algebraicas en el conjunto de los números reales y utiliza las propiedades de la igualdad y de orden para determinar el conjunto solución de relaciones entre tales expresiones.»

Evidencias de aprendizaje:

- **9.2.1** · Identifica y utiliza múltiples representaciones de números reales para realizar transformaciones y comparaciones entre expresiones algebraicas.
- **9.2.2** · Establece conjeturas al resolver una situación problema, apoyado en propiedades y relaciones entre números reales.
- **9.2.3** · Determina y describe relaciones al comparar características de gráficas y expresiones algebraicas o funciones.

GRADO 10.° · DBA 7

«Resuelve problemas mediante el uso de las propiedades de las funciones y usa representaciones tabulares, gráficas y algebraicas para estudiar la variación, la tendencia numérica y las razones de cambio entre magnitudes.»

Evidencias de aprendizaje:

- **10.7.1** · Utiliza representaciones gráficas o numéricas para tomar decisiones en problemas prácticos.
- **10.7.2** · Usa la pendiente de la recta tangente como razón de cambio, la reconoce y verbaliza en representaciones gráficas, numéricas y algebraicas.
- **10.7.3** · Utiliza la razón entre magnitudes para tomar decisiones sobre el cambio.
- **10.7.4** · Relaciona características algebraicas de las funciones, sus gráficas y procesos de aproximación sucesiva.

GRADO 11.° · DBA 2

«Justifica la validez de las propiedades de orden de los números reales y las utiliza para resolver problemas analíticos que se modelen con inecuaciones.»

Evidencias de aprendizaje:

- **11.2.1** · Utiliza propiedades del producto de números reales para resolver ecuaciones e inecuaciones.
- **11.2.2** · Interpreta las operaciones en diversos dominios numéricos para validar propiedades de ecuaciones e inecuaciones.
- **11.2.3** · Explica el sentido de afirmaciones que vinculan la representación de una parábola en un sistema de coordenadas con la modelación de fenómenos (lanzamiento vertical: $H = -4{,}9 \cdot t^2 + V_0 \cdot t + h_0$).

3 Competencias ICFES Saber 11

Las tres preguntas siguen el **Diseño Centrado en Evidencias (DCE)** del ICFES y evalúan, cada una, una competencia distinta:

- **Interpretación y representación (34%):** comprender y transformar información cuantitativa y esquemática.
- **Formulación y ejecución (43%):** plantear e implementar estrategias para resolver problemas.
- **Argumentación (23%):** validar procedimientos y razonamientos matemáticos.

4 Preguntas tipo ICFES con retroalimentación

PREGUNTA 1 · INTERPRETACIÓN Y REPRESENTACIÓN

Afirmación: Comprende y transforma la información cuantitativa y esquemática presentada en distintos formatos.
Evidencia ICFES: 1.1 Da cuenta de las características básicas de la información presentada.
DBA asociado: Grado 9.° · DBA 2 · Evidencia 9.2.3 (Determina y describe relaciones al comparar características de gráficas y expresiones algebraicas o funciones).

Contexto. En el simulador se carga el preset $f(x) = x^2 - 4x + 3$. El estudiante observa que la parábola abre hacia arriba, corta el eje X en dos puntos y tiene su vértice por debajo del eje X. El panel de información en vivo muestra: $\Delta = 4$, raíces $x_1 = 1$ y $x_2 = 3$, vértice $V(2, -1)$.

A partir de la gráfica y los datos del simulador, ¿cuál de las siguientes afirmaciones describe correctamente el comportamiento de la función $f(x) = x^2 - 4x + 3$?

- **A** La función tiene un máximo en $(2, -1)$ y corta el eje X en $x = 1$ y $x = 3$.
- **B** La función tiene un mínimo en $(2, -1)$ y corta el eje X en $x = 1$ y $x = 3$.
- **C** La función tiene un mínimo en $(-2, -1)$ y no corta el eje X.
- **D** La función tiene un mínimo en $(2, 3)$ y corta el eje X en $x = -1$ y $x = -3$.

Clave: B

Retroalimentación por opción

✗ **A.** Confundiste el tipo de extremo. Como $a = 1 > 0$, la parábola abre hacia arriba (∪), por lo que el vértice corresponde a un **mínimo**, no a un máximo. Las raíces sí están bien identificadas. Recuerda: el signo de «a» determina si el vértice es máximo ($a<0$) o mínimo ($a>0$).

✓ **B.** ¡Excelente lectura gráfica! Identificaste correctamente que, con $a = 1 > 0$, el vértice es un mínimo ubicado en $(2, -1)$, y que las raíces son $x = 1$ y $x = 3$. Conectaste signo de «a» con concavidad, vértice con extremo y discriminante positivo con dos raíces reales.

✗ **C.** Aplicaste mal la fórmula del vértice. La coordenada x del vértice es $h = -b/(2a) = -(-4)/(2\cdot1) =$ **+2**, NO -2. Además, como $\Delta = b^2 - 4ac = 16 - 12 = 4 > 0$, la parábola SÍ corta el eje X. Revisa el signo al sustituir b.

✗ **D.** Confundiste el intercepto con Y ($c = 3$) con la coordenada y del vértice. El término independiente $c = 3$ es el valor de $f(0)$; no es la coordenada del vértice. Además, las raíces son positivas ($x = 1$, $x = 3$), como puedes verificar factorizando: $(x-1)(x-3)$.

PREGUNTA 2 · FORMULACIÓN Y EJECUCIÓN

Afirmación: Frente a un problema que involucre información cuantitativa, plantea e implementa estrategias que lleven a soluciones adecuadas.
Evidencia ICFES: 2.2 Ejecuta un plan de solución para un problema planteado.
DBA asociado: Grado 10.° · DBA 7 · Evidencia 10.7.1 (Utiliza representaciones gráficas o numéricas para tomar decisiones en problemas prácticos).

Contexto. Un estudiante activa en el simulador el modo Contexto Físico — Lanzamiento de Proyectil. Quiere modelar el tiro de un balón que sale desde el piso ($x = 0$), cae al piso a los 6 metros de distancia horizontal del punto de lanzamiento y alcanza una altura máxima de 9 metros.

¿Cuál de las siguientes funciones cuadráticas modela correctamente la trayectoria del proyectil descrita?

- **A** $f(x) = -x^2 + 6x$
- **B** $f(x) = x^2 - 6x$
- **C** $f(x) = -x^2 + 9x$
- **D** $f(x) = -x^2 + 6x + 9$

Clave: A

Retroalimentación por opción

✓ **A.** ¡Brillante! Como el proyectil sale en $x = 0$ y cae en $x = 6$, esas son las raíces. Por la forma factorizada $f(x) = a(x - 0)(x - 6) = a \cdot x^2 - 6a \cdot x$. El vértice está en $x = 3$ y la altura máxima debe ser 9: $f(3) = 9a - 18a = -9a = 9 \Rightarrow a = -1$. Por lo tanto, $f(x) = -x^2 + 6x$.

✗ **B.** Olvidaste que un proyectil bajo la gravedad describe una parábola que abre **hacia abajo**. Con $a = 1 > 0$, esta parábola abre hacia arriba y su «vértice» sería un mínimo en $(3, -9)$: el proyectil estaría bajo tierra, lo cual no tiene sentido físico.

✗ **C.** Confundiste la altura máxima (9 m) con la posición de una raíz. En $f(x) = -x^2+9x$, las raíces son 0 y 9, por lo que el proyectil caería a los 9 m, no a los 6 m. Las raíces son los puntos donde la altura es CERO, no la altura máxima.

✗ **D.** Añadiste innecesariamente la altura máxima como término independiente $c = 9$. Pero c representa $f(0)$, la altura en el despegue. Si sale desde el piso, $c = 0$. Verificando en $x = 6$: $f(6) = -36 + 36 + 9 = 9 \neq 0$, así que el proyectil no cae a los 6 m.

PREGUNTA 3 · ARGUMENTACIÓN

Afirmación: Valida procedimientos y estrategias matemáticas utilizadas para dar solución a problemas.
Evidencia ICFES: 3.2 Argumenta a favor o en contra de un procedimiento o solución.
DBA asociado: Grado 11.° · DBA 2 · Evidencia 11.2.3 (Explica el sentido de afirmaciones que vinculan la parábola con la modelación de fenómenos).

Contexto. Dos estudiantes manipulan el simulador. Ana afirma: «Si modifico solamente el parámetro c y dejo fijos a y b, la parábola se traslada únicamente de manera vertical, sin cambiar de forma ni de eje de simetría». Camilo no está seguro y le pide a Ana que justifique su afirmación.

¿Cuál de los siguientes argumentos justifica correctamente la afirmación de Ana?

A Porque el eje de simetría está dado por $x = -b/(2a)$, expresión que no depende de c; por tanto, al variar c la abscisa del vértice no cambia, pero sí cambia la ordenada del vértice.

B Porque el parámetro c modifica solo la concavidad de la parábola, dejando intactos vértice y raíces.

C Porque c es la pendiente de la curva en el origen y, al cambiarla, la parábola gira sobre el eje Y.

D Porque, como c es el discriminante de la función, modificarlo solo cambia el número de raíces, pero no la forma.

Clave: A

Retroalimentación por opción

✓ **A.** ¡Perfecto! El eje de simetría $x = -b/(2a)$ NO contiene a c, así que permanece fijo cuando solo c cambia. La concavidad depende exclusivamente del signo de a (también fijo), por lo que la parábola conserva forma y eje; la ordenada del vértice $k = c - b^2/(4a)$ sí varía linealmente con c, produciendo una traslación vertical.

✗ **B.** Confundiste los roles. Quien modifica la concavidad es **«a»**, NO «c». El parámetro c es el término independiente y representa el intercepto con el eje Y (el valor de f(0)). Verifica con el simulador: al cambiar solo c, la apertura permanece igual.

✗ **C.** Mezclaste el concepto de pendiente (propio de la recta tangente) con el de intercepto. El parámetro c es el valor de f(0), no una pendiente; una parábola no «gira» al modificar c: solo se traslada verticalmente.

✗ **D.** Error grave: el discriminante no es c, sino $\Delta = b^2 - 4ac$. Aunque al cambiar c el discriminante también cambia, el argumento confunde el parámetro con la fórmula completa. Además, el enunciado pregunta por forma y eje de simetría, no por raíces.

5 Secuencia didáctica sugerida (90 min)

Esta secuencia articula **exploración, conjetura, discusión y evaluación formativa** alrededor del simulador.

Momento	Tiempo	Descripción
Inicio	10–15 min	Activación de saberes. El docente proyecta el simulador con el preset $f(x) = x^2$ (parábola base) y pregunta: «¿Qué pasaría con la curva si cambio el signo del coeficiente que acompaña a x^2?». Recoge predicciones en el tablero antes de mover el slider. Luego desplaza «a» hacia valores negativos y se contrastan las predicciones con lo observado.
Exploración	25–30 min	Trabajo guiado en parejas con tres tareas: (1) Variar solo «a» (b=0, c=0) y registrar concavidad y abertura. (2) Variar solo «c» (a=1, b=0) y registrar intercepto con Y y vértice. (3) Variar solo «b» (a=1, c=0) y describir el movimiento del vértice. Cada pareja consigna conjeturas con sus propias palabras.
Discusión	20–25 min	Institucionalización en el tablero: signo de «a» ↔ concavidad y tipo de extremo; valor de «c» ↔ intercepto con Y; combinación de «a» y «b» ↔ posición horizontal del vértice ($h = -b/(2a)$). Se formaliza la fórmula del vértice, el discriminante y la relación con las raíces. Se introduce el modo Contexto Físico como puente con la cinemática.
Evaluación	20–25 min	Los estudiantes resuelven los 5 retos del panel lateral del simulador y, además, las tres preguntas tipo ICFES de esta guía. Se recoge una breve autoevaluación con la pregunta: «¿Qué dejé de entender antes y entiendo ahora gracias al simulador?»
Cierre	5–10 min	Se proyecta el banner final del simulador («¡Dominas la función cuadrática!») y el docente anuncia la actividad de extensión que conecta con la siguiente clase: cálculo de extremos, derivada, inecuaciones cuadráticas o tiro parabólico, según el grado.

6 Preguntas orientadoras para el aula

- ¿Qué información obtienes de la parábola con solo ver el signo del coeficiente principal «a»?
- ¿Por qué el eje de simetría de la parábola no depende del valor del término independiente «c»?
- Si el discriminante es negativo, ¿qué pasa gráficamente y qué pasa algebraicamente con las raíces?
- ¿Cómo se relaciona la altura máxima de un proyectil con las coordenadas del vértice?
- ¿Es posible que una parábola tenga vértice por encima del eje X y, simultáneamente, abra hacia arriba con dos raíces reales? ¿Por qué?

- ¿En qué se diferencia el efecto de variar «b» frente a variar «c» sobre la posición del vértice?
- ¿Qué información del simulador te permite anticipar el número de raíces reales sin resolver la ecuación?

7 Posibles errores conceptuales e ideas previas frecuentes

Reconocer estas concepciones erróneas permite diseñar una mejor retroalimentación en el aula.

Concepción errónea	Descripción
Confundir «b» con una pendiente	El estudiante asume que «b» es la pendiente de la curva, trasladando incorrectamente la idea desde la función lineal $y = mx + b$.
Confundir intercepto con coordenada del vértice	Identifica c (que es f(0), el corte con el eje Y) con la coordenada y del vértice, ignorando que la ordenada del vértice es $k = c - b^2/(4a)$.
Error de signo en $h = -b/(2a)$	Aplica mal el signo en la fórmula del eje de simetría, especialmente cuando b es negativo. Olvida el signo «menos» que precede a b.
Creer que toda parábola corta el eje X	No contempla el caso $\Delta < 0$ (raíces complejas), en el que la parábola existe pero no toca el eje X.
Asociar «a grande» con «parábola más ancha»	Cree que a mayor coeficiente «a», más abierta la parábola, cuando en realidad ocurre lo contrario: a mayor $\|a\|$, más estrecha.
Pensar que variar «b» traslada la parábola en línea recta	No nota que, al cambiar «b», el vértice se desplaza describiendo a su vez una parábola en el plano, no una recta.
Creer que el vértice siempre está sobre el eje Y	Solo es así cuando $b = 0$; al mover «b», el vértice se desplaza lateralmente. Se evidencia con el slider del simulador.
Creer que las raíces siempre son enteras	El simulador muestra raíces irracionales y permite verificar con la fórmula general, desmontando la idea de que «si no es entero, está mal».
Separar discriminante y raíces	No relaciona el signo del discriminante con el número de raíces. El panel en vivo del simulador muestra ambos simultáneamente.
Pensar que la función cuadrática no modela la realidad	«Es solo una fórmula para ejercicios.» El modo Contexto Físico (proyectil) desmonta esta idea.

8 Extensiones para profundización

→ **Conexión con cálculo (grado 11.°).** Pedir a los estudiantes derivar $f(x) = ax^2 + bx + c$ y comprobar que $f'(x) = 0$ conduce a $x = -b/(2a)$, la misma fórmula del vértice.

→ **Conexión con física.** Complementar el modo Proyectil con cálculo de velocidad inicial, ángulo de lanzamiento y tiempo de vuelo a partir de la trayectoria parabólica.

→ **Inecuaciones cuadráticas.** Usar el simulador para resolver gráficamente desigualdades del tipo $ax^2 + bx + c > 0$ identificando los intervalos donde la curva está por encima del eje X (DBA 2 · 11.°).

→ **Modelación económica.** Plantear una función de utilidad $U(x) = -2x^2 + 80x - 200$ y pedir hallar el punto de utilidad máxima (vértice como óptimo).

→ **Forma canónica.** Verificar la equivalencia entre $f(x) = ax^2 + bx + c$ y $f(x) = a(x - h)^2 + k$ completando el cuadrado, y comprobarla visualmente con el simulador.

→ **Geometría analítica.** Relacionar la parábola con su definición como lugar geométrico (foco y directriz) y discutir por qué la antena parabólica concentra señales.

9 Soluciones de las preguntas tipo ICFES

Pregunta 1 — Clave: B

Procedimiento paso a paso:

- Identifico los coeficientes: $a = 1$, $b = -4$, $c = 3$.
- Calculo el discriminante: $\Delta = b^2 - 4ac = (-4)^2 - 4\cdot(1)\cdot(3) = 16 - 12 = 4 > 0 \Rightarrow$ existen dos raíces reales distintas.
- Factorizo: $x^2 - 4x + 3 = (x - 1)(x - 3) = 0 \Rightarrow x_1 = 1$, $x_2 = 3$.
- Calculo el vértice: $h = -b/(2a) = -(-4)/(2\cdot1) = 2$; $k = f(2) = 4 - 8 + 3 = -1 \Rightarrow V(2, -1)$.
- Como $a = 1 > 0$, la parábola abre hacia arriba y el vértice es un MÍNIMO.

Conclusión: La opción **B** es correcta.

Comentario didáctico. Evalúa interpretación. El distractor más potente es la opción A (confusión máximo/mínimo).

Pregunta 2 — Clave: A

Procedimiento paso a paso:

- El proyectil sale en $x = 0$ y cae en $x = 6$, luego $x = 0$ y $x = 6$ son raíces de f.
- Forma factorizada: $f(x) = a(x - 0)(x - 6) = a\cdot x^2 - 6a\cdot x$.
- El vértice ocurre en el punto medio de las raíces: $x_v = (0 + 6)/2 = 3$.
- Impongo la altura máxima: $f(3) = 9a - 18a = -9a = 9 \Rightarrow a = -1$.

• Sustituyo: $f(x) = -x^2 + 6x$. Verifico: vértice (3, 9), raíces 0 y 6. Modelo correcto.

Conclusión: La opción **A** es correcta.

Comentario didáctico. Evalúa formulación y ejecución. El distractor D (añadir $c = 9$) es muy frecuente cuando se confunden vértice e intercepto.

Pregunta 3 — Clave: A

Justificación: El eje de simetría de la parábola $f(x) = ax^2 + bx + c$ es la recta vertical $x = -b/(2a)$. En esta expresión NO aparece el parámetro c, por lo que modificar c con a y b fijos deja el eje de simetría **invariante**. Además, la concavidad depende solo del signo de a, también fijo. Lo único que varía es la ordenada del vértice: $k = c - b^2/(4a)$ cambia linealmente con c, produciendo una traslación vertical pura. Esto coincide con la opción A.

Errores en las demás opciones: la B asigna a «c» un rol de concavidad que corresponde a «a»; la C confunde «c» con una pendiente; la D identifica erróneamente «c» con el discriminante.

Conclusión: La opción **A** es correcta.

Comentario didáctico. Evalúa argumentación. Ideal para discusión plenaria sobre el rol de cada parámetro.

Tabla resumen de alineación curricular

Pregunta	Competencia ICFES	Evidencia ICFES	DBA / Evidencia DBA
Pregunta 1	Interpretación y representación	1.1 Da cuenta de las características básicas de la información presentada.	Grado 9.° · DBA 2 · Evidencia 9.2.3
Pregunta 2	Formulación y ejecución	2.2 Ejecuta un plan de solución para un problema planteado.	Grado 10.° · DBA 7 · Evidencia 10.7.1
Pregunta 3	Argumentación	3.2 Argumenta a favor o en contra de un procedimiento o solución.	Grado 11.° · DBA 2 · Evidencia 11.2.3

Diseñado para articular tecnología, pedagogía y los Estándares Básicos de Competencias del MEN (Colombia).
Autor: **Héctor Enrique Banquez Buendía** · ORCID 0009-0007-6705-0407